

VŠB - Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra Pružnosti a pevnosti

Modelování nárazové zkoušky vozidla

Modeling of Car Crash Test

Student:

Bc. Jan Pravec

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2015

Zadání diplomové práce

Student:

Bc. Jan Pravec

Studijní program:

N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor:

3901T003 Aplikovaná mechanika

Téma:

Modelování nárazové zkoušky vozidla

Modeling of Car Crash Test

Zásady pro vypracování:

1. Problematika nárazových testů automobilů - legislativa, důvody provádění, atd.
2. Rozpracujte teorii potřebnou pro řešení (rychlé děje, plasticita, vliv rychlosti, atd.).
3. Vytvořte diskretní model rámu vozidla.
4. Srovnějte výsledky s MKP modelem.
5. Vyvoďte závěry a doporučení.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Jones, N.: Structural Impact, Cambridge University Press, 2003, ISBN 0 - 521 - 30180 - 7.
- [2] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [4] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [6] Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, VŠB – TU Ostrava, 2001, ISBN 80-7078-934-4
- [7] Brepta, R.: Rázy a vlny v pevných tělesech, ČVUT v Praze, Praha, 1971.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

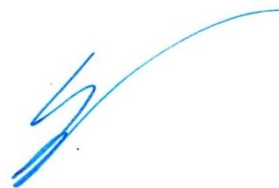
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2014

Datum odevzdání: 18.05.2015



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Diplomová práce

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 18.5.2015



podpis studenta

Diplomová práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ведоми, же Высoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ведоми, же оdevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě... 18.5.2015

Jan Pravec

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Jan Pravec

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Kunčičky u Bašky 428, Baška 73901

Diplomová práce

Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Martinu Fuskovi, Ph.D. za účinnou odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Ostravě 18.5. 2015

..... Jan Kravicek

podpis studenta

Diplomová práce

ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

Bc. PRAVEC, J. Modelování nárazové zkoušky vozidla: Diplomová práce. Ostrava : VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2015 53s. Vedoucí práce: Ing. Fusek Martin, Ph.D..

V této diplomové práci byla provedena simulace nárazové zkoušky elektromobilu CFX, který byl postaven týmem StudentCar na Vysoké škole báňské - Technické univerzitě Ostrava. Tato simulace byla provedena na diskretizovaném modelu pomocí programovacího jazyku Python v prostředí Python 3.4 Spyder. Řešení simulace byla provedená explicitní i implicitní metodou a výsledky vzájemně porovnány mezi sebou a následně s výsledky experimentální zkouškou u které byl testován rám elektromobilu. Další srovnání bylo s výsledky simulace pomocí MKP (metody konečných prvků). V závěru byla navržena úprava rámu, tak aby splňoval podmínky normy.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Bc. PRAVEC, J. Modeling of Car Crash Test: master's thesis. Ostrava : VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2015 53s. Thesis leader: Ing. Fusek Martin, Ph.D..

In this thesis was performed simulation for impact test of the electromobile CFX, which designed team of Student Car at the VŠB – Technical University of Ostrava. This simulation was tested on discretized model with help of program language Python in level Python 3.4 Spyder. The simulation was performed by explicit and implicit method and all results were compared and then with the tested results of experimental test, in which was tested the frame of the electromobile. Next comparing was with results of simulation with help of MKP (Method of Final Elements). In the end was designed a alteration of the frame, so that can fulfill conditions of norms.

Diplomová práce

Obsah

0	Seznam použitých značek a symbolů	9
1	Úvod	10
2	Cíle	11
3	Teorie	12
3.1	Castiglianova věta	12
3.2	Nestacionární děje v MKP	13
3.2.1	Rozdíl mezi Implicitním a explicitním algoritmem	14
3.2.2	Implicitní algoritmus	14
3.2.3	Explicitní algoritmus	15
3.3	Vzpěr štíhlých prutů	17
3.3.1	Eulerova metoda - pružná oblast vzpěru	17
3.3.2	Tetmajerův vztah - nepružná oblast vzpěru	22
3.4	Rychlé (Rázové) děje	22
3.5	Dynamický progresivní (postupný) vzpěr	23
3.5.1	Dynamický progresivní vzpěr čtvercových profilů	25
4	Problematika nárazových testů automobilu	27
5	Rozbor zadání	29
6	Diskrétní model rámu vozidla	30
6.1	Rozložení hmotnosti	31
6.2	Odvození Rovnic pro práci implicitního a explicitního algoritmu:	32

Diplomová práce

6.2.1	Rovnice rovnováhy:	32
6.3	Implicitní algoritmus	33
6.4	Explicitní algoritmus	34
6.5	Výpočet tuhostí	35
6.5.1	Použité profily v rámu elektromobilu	35
6.5.2	Materiál	36
6.5.3	Řazení pružin	37
6.5.4	Vyobrazení nosníků jenž mají hlavní vliv na pohlcení kinetické energie	38
6.5.5	Tuhost k_1	39
6.5.6	Tuhost k_2	40
6.5.7	Tuhost k_3	42
7	Srovnání výsledků	43
7.1	Výsledky z Crash testu:	43
7.1.1	Fotografie z Crash Testu	44
7.2	Výsledky z diskretizované soustavy	45
7.3	Porovnání	45
8	Závěr	46
9	Zdroje	47
10	Použitý software	47
11	Seznam příloh	47
12	Kód z Pythonu	48

0 Seznam použitých značek a symbolů

Název	Popis značky	Jednotka
a_i, b_i	Meze platností průběhů ohybových momentů	[mm]
$M_i(x_i)$	Dílčí rovnice průběhů ohybových momentů	[Nm]
I	Plošný moment setrvačnosti	[mm ⁴]
E	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
R_e	Mez kluzu	[MPa]
R_m	Mez pevnosti	[MPa]
I_z	hlavní centrální kvadratický moment průřezu	[mm ⁴]
C	Tloušťka nosníku	[mm]
H	Tloušťka stěny nosníku	[mm]
g	Gravitační zrychlení	[m.s ⁻¹]
P_m	Střední síla	[N]
M_p	Plastický moment	[Nm]
σ_{krit}	Kritické napětí vzpěru	[MPa]
F_{krit}	Kritická síla vzpěru	[N]
λ	Štíhlost prutu	[mm]
λ_m	Mezní štíhlost	[mm]
i	Poloměr setrvačnosti	[mm]
k_1, k_2, k_3	Tuhosti	[N/mm]
b_1, b_2, b_3	Tlumení	[N/mm/s]
σ_{red}	Redukované napětí	[MPa]
L_1, L_2, L_3	Délky nosníků	[mm]
S	Plocha průřezu	[mm ²]
F	Zatěžující síla	[N]

R_y, R_x	Reakce	[N]
M	Reakční moment	[Nm]
dl_{mez11}	Mezní deformace před překročením meze kluzu	[mm]
$kel11$	Elastická tuhost	[N/mm]
a_{max}	Maximální zpomalení	[g]
a	Zpomalení	[g]

1 Úvod

Tato diplomová práce je na téma nárazové zkoušky elektromobilu CFX postaveného týmem StudentCar tvořený inženýry, studenty a odborníky několika firem na fakultě materiálového inženýrství Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava. Celá simulace byla provedena diskretizací celého automobilu na jednoduchou soustavu tří těles spojených pružinami a tlumiči.

Soustava byla vytvořena takto jednoduchá aby bylo možné získat předběžný odhad výsledků simulace pomocí MKP (metoda konečných prvků). V takto jednoduchém modelu je velmi snadné a rychlé měnit hlavní parametry (ty které byly zahrnuty diskretizací) a takto získat mnohem rychleji a snadněji nové výsledky v porovnání s prováděním simulace pomocí MKP.

Simulace byly provedeny explicitní a implicitní metodou. K těmto simulacím byl použit programovací jazyk Python v prostředí Python 3.4. Spyder. K vyjádření rovnic tuhostí jednotlivých pružin mezi hmotami jak v konečném čísle, tak v rovnicích byl využit program PTC MathCad.

2 Cíle

- Problematika nárazových testů automobilů - legislativa, důvody provádění, atd.
- Rozpracujte teorii potřebnou pro řešení (rychlé děje, vliv rychlosti, atd.)
- Vytvořte diskrétní model vozidla
- Srovnejte s MKP modelem
- vyvoďte závěry a doporučení



Obrázek 2.1 Elektromobil CFX

3 Teorie

Úkolem této kapitoly je přiblížit teoretické postupy jenž byly při analytickém výpočtu použity.

3.1 Castiglianova věta

Jedná se o energetickou metodu, která využívá deformační energie, která je vyvolávaná všemi silami a momenty působících na nosník. V Praxi to znamená, že pokud se síla působící na nosník zvětší o dF , tak se taky zvětší deformační energie o dU a tím se taky zvětší průhyb nosníku.

Touto metodou nedostaneme obecnou rovnici na celý řešený nosník ani na jeho část, ale vypočteme průhyb (natočení) pouze v jednom konkrétním bodě. V tomto bode musí být dána síla (moment). Pokud tomu tak není zavedeme do tohoto bodu sílu novou o nulové velikosti. Dále musíme obecně vyjádřit průběhy ohybových momentů na celém nosníku. V těchto rovnicích musíme vyjádřit všechny reakce jako funkční závislost na síle (nebo momentu) pod kterou je průhyb (natočení) počítáno.

Pro průhyb využíváme rovnici:

$$w = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{EI} \cdot \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} M_i(x_i) \cdot \frac{dM_i(x_i)}{dF} dx_i \quad (3.1)$$

nebo obdobně pro natočení:

$$\varphi = \frac{\partial U}{\partial M} = \frac{1}{EI} \cdot \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} M_i(x_i) \cdot \frac{dM_i(x_i)}{dM} dx_i \quad (3.2)$$

Kde:

- E je modul pružnosti v tahu
- I je plošný moment setrvačnosti daného nosníku
- a_i, b_i jsou meze platností jednotlivých průběhů ohybových momentů
- $M_i(x_i)$ jsou dílčí rovnice průběhů ohybových momentů

Tato metoda výpočtu průhybu nosníku má velkou výhodu v tom, že je rychlá, relativně snadná a dá se použít i pro složitější úlohy.

Pomocí Castiglianovy věty lze celkem snadno řešit staticky neurčitě úlohy. V případě staticky neurčitých úloh si vybere takovou vazbu kde známe posunutí či natočení a tuto vazbu fiktivně odstraníme a reakční sílu budeme brát jako známou sílu. Když následně aplikujeme Castiglianovu větu na dané místo jako neznámou nebudeme považovat hledaný průhyb (natočení), který je v případě vazby nulový, ale sílu, která bude mít hodnotu reakce. Při použití na několikrát staticky neurčitou úlohu dostaneme N rovnic o N neznámých.

3.2 Nestacionární děje v MKP

Implicitní a explicitní algoritmy se používají pro řešení nestacionárních dějů u MKP (metody konečných prvků).

Základní pohybovou rovnicí pro oba algoritmy:

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [C]\{\dot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{F\} \quad (3.3)$$

kde:

$[M]$	Matice hmot
$[C]$	Matice tlumení
$[K]$	Matice tuhostí
$\{F\}$	Vektor vnějších sil
$\{\ddot{Q}\}$	Vektor zrychlení (druhá derivace posuvů podle času)
$\{\dot{Q}\}$	Vektor rychlostí (první derivace posuvů podle času)
$\{Q\}$	Vektor posuvů

Matice $[M]$, $[C]$, $[K]$ jsou maticemi čtvercovými o velikosti podle počtu stupňů volnosti. Vektory $\{F\}$, $\{\ddot{Q}\}$, $\{\dot{Q}\}$, $\{Q\}$ jsou sloupcové vektory o velikosti podle počtu stupňů volnosti.

Odvození matic tuhostí a hmotností je snadné z materiálových vlastností. Za to vyjádřit exaktně a přesně matici tlumení je prakticky nemožné, protože v sobě zohledňuje různou mírou vlivy:

- **Materiálové tlumení** - přeměna energie v teplo
- **Konstrukční tlumení** - vzniká v důsledku prokluzů a tření mezi jednotlivými díly soustavy

- **Tlumení vlivem prostředí** - závisí na viskozitě prostředí v kterém děj probíhá a v rychlosti daného děje.

Z tohoto důvodu se matice tlumení velmi často vyjadřuje jako proporcionálně úměrná maticím tuhosti a hmotnosti jako tzv. proporcionální tlumení.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.4)$$

V tomto případě musí být konstanty α a β stanoveny experimentálně.

3.2.1 Rozdíl mezi Implicitním a explicitním algoritmem

Aplikace diferenční metody na rovnici (3.3) vede k tzv. přímému řešení pohybových rovnic. Při takovém to postupu se hledá přibližné řešení ve tvaru posloupnosti vektorů posuvů v jednotlivých časových intervalech. Tímto způsobem řešení přejde základní pohybová rovnice složená z obecně nelineárních rovnic, na soustavu lineárních algebraických rovnic s nekonstantními koeficienty. Podle použitých rovnic nahrazujících derivace diferencemi se rozlišují algoritmy:

- Implicitní
- Explicitní

3.2.2 Implicitní algoritmus

Využitím pohybové rovnice (3.3) a předpokladu znalosti řešení soustavy v předchozích časových krocích $t_0, t_1, t_2 \dots t_n$ můžeme určit odezvu soustavy v čase t_{n+1} . Kde má časový krok hodnotu $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Aplikací dostaneme tento tvar pohybové rovnice:

$$[M]\{\ddot{Q}\}_{n+1} + [C]\{\dot{Q}\}_{n+1} + [K]\{Q\}_{n+1} = \{F\}_{n+1} \quad (3.5)$$

Pomocí diferenciálních formulí můžeme vyjádřit vztahy pro první derivaci polohy podle času (rychlost):

$$\{\dot{Q}\}_{n+1} = \frac{\{Q\}_{n+1} - \{Q\}_n}{\Delta t} \quad (3.6)$$

a následně i druhou derivaci podle času (zrychlení):

$$\{\ddot{Q}\}_{n+1} = \frac{\{Q\}_{n+1} - 2\{Q\}_n + \{Q\}_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3.7)$$

Dosazením rovnic (3.6) a (3.7) do rovnice (3.5) můžeme vyjádřit matici posuvů v následujícím kroku $\{Q\}_{n+1}$.

Základní informace o implicitním algoritmu:

Využívá diferenční schémata, jenž vyjadřují rychlost a zrychlení v čase t_{n+1} pomocí hodnot předchozích dvou kroků. Z tohoto způsobu vyjádření z se algoritmus jmenuje implicitní.

Implicitní algoritmus je díky svému způsobu zadání nepodmíněně stabilní. To znamená že stabilita výpočtu není závislá na velikosti časového kroku Δt . Zvolením příliš velkého časového kroku můžeme způsobit, že dostaneme výsledky, které se budou lišit od chování reálné soustavy. Nestabilní výpočet je takový, který během několika málo kroků začne nabírat zcela nesmyslné výsledky a tím se z naprosté většiny případů stane, že výpočet neproběhne do konce.

Při řešení každého časového kroku je třeba opakovaně řešit soustavu včetně časově náročné triangularizace dynamické matice tuhosti. Z tohoto důvodu je snahou aplikovat co nejdelší časové kroky. Velké kroky pak vyžadují nutnost uskutečnění iterací v rámci každého časového kroku, tak aby byla splněná dostatečná přesnost pohybové rovnice. Využívá se přírůstkově-iterační algoritmus Newton-Raphsonovy metody.

3.2.3 Explicitní algoritmus

Tento algoritmus vypočítává polohu v čase t_{n+1} pouze pomocí hodnot v čase t_n . V tomto případě pak přepíšeme pohybovou rovnici (3.3) do tvaru:

$$[M]\{\ddot{Q}\}_n + [C]\{\dot{Q}\}_n + [K]\{Q\}_n = \{F\}_n \quad (3.8)$$

Následně využitím centrální difference

$$\{\ddot{Q}\}_n = \frac{\{Q\}_{n+1} - 2\{Q\}_n + \{Q\}_{n-1}}{\Delta t^2} \quad (3.9)$$

a zpětné difference

$$\{\dot{Q}\}_n = \frac{\{Q\}_n - \{Q\}_{n-1}}{\Delta t} \quad (3.10)$$

můžeme po provedení matematických úprav exaktně vyjádřit posuvy v budoucím časovém kroku $\{Q\}_{n+1}$ pouze na základě předchozích časových kroků bez provádění iterací.

Základní informace o explicitním algoritmu:

Posuvy v čase t_{n+1} jsou vypočtené z pohybové rovnice (3.8), sepsané pouze pro předchozí časový krok t_n , odtud je algoritmus nazván explicitním.

Velkou nevýhodou tohoto algoritmu je, že je podmíněně stabilní, tedy že je náchylný k divergencím. Stabilního výpočtu dosáhneme použitím dostatečně malého kroku. Časový krok musí být menší než kritická délka časového kroku, která je závislá na velikosti elementů a rychlosti šíření napětových vln (zvuku) v daném prostředí. Kritická délka časového kroku je možná vyjádřit z rovnice (Courantovo kritérium), která má tvar:

$$\Delta t_c = \frac{h}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (3.11)$$

kde h je charakteristický rozměr prvku sítě, E je modul pružnosti v tahu a ρ je hustota materiálu.

U explicitní metody se používá 100 až 1000 krát menší časový krok než u implicitního algoritmu, ale díky nepotřebnosti provádění triangularizace je výpočet každého kroku výrazně rychlejší a díky velmi malým časovým krokům odpadá nutnost použití iterací, a rovněž popis pohybu při velkých deformacích je jednodušší. Díky tomu explicitní řešení vyžaduje extrémně velký počet kroků při extrémně nízké výpočtové náročnosti každého kroku.

Srovnání:

Při konečném srovnání obou algoritmů je explicitní algoritmus použit v případě velmi rychlých dějů a velmi složitých prostorových sítích. Aplikace kdy se využívá výhradně explicitních algoritmů jsou crash testy automobilů, letadel, simulování konstrukcí při nárazech, explozích nebo průstřelech.

Natož implicitní je tak vhodné použít na simulaci některých technologických postupů jako např: tažení, protahování, válcování za studena, ohýbání, aj. (i jako kvazi statický děj)

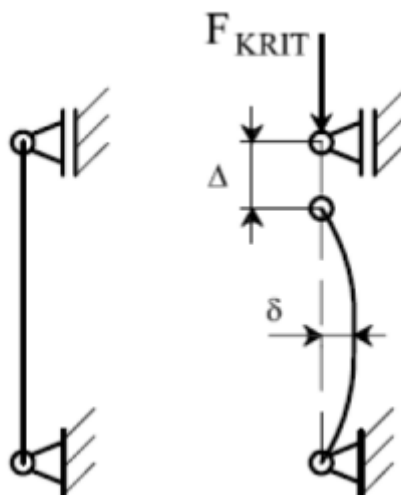
V některých případech může znamenat přechod z Implicitního na explicitní řešení urychlení výpočtů i o řády.

3.3 Vzpěr štíhlých prutů

Při osovém zatížení štíhlých prutů na tlak dochází k riziku ztráty stability tvaru. Štíhlými pruty jsou myšleny nosníky, u kterých délka výrazně převyšuje ostatní jeho rozměry. Stabilitou prutu rozumíme stav dokud nevybočí ze svého přímého tvaru (rovnovážný stav).

3.3.1 Eulerova metoda - pružná oblast vzpěru

Elastická stabilita patří do oblasti nelineární teorie pružnosti. Neplatí zde ani Kirchoffův zákon jednoznačnosti ani princip superpozice. Ideální osově tlačенý prut e nachází ve stabilní rovnováze, pokud vnější síla nedosáhne své kritické hodnoty F_{krit} , viz obrázek 3.1. [2, str 192 Obr. 10.1]



Obrázek 3.1 Elastická stabilita

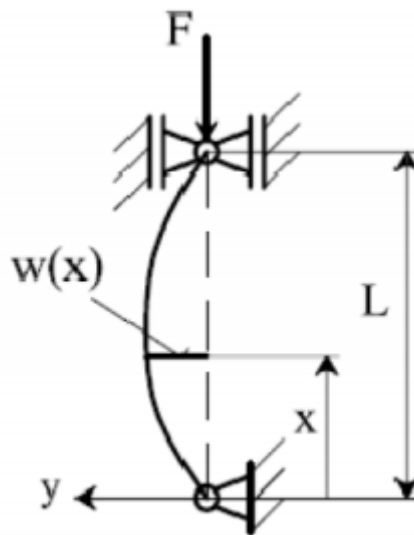
Možné stavy zatížení:

Diplomová práce

- Při zatěžování silou F je prut v přímém tvaru do síly $F < F_{krit}$ a tento tvar je při daném zatížení stabilní (stabilní stav).
- Ve chvíli kdy síla dosáhne kritické hodnoty $F = F_{krit}$ dostane se prut do kritického stavu, charakterizovaný bifurkací (větvením rovnováhy).
- Po překročení kritické síly $F > F_{krit}$ dojde k vybočení nosníku a tedy k přechodu prutu se stavu stabilního do stavu labilního.

Ideálním prut je pouze matematickou idealizací skutečného prutu, který nemožné vyrobit bez geometrických a materiálových nedokonalostí.

Pro odvození průhybu nosníku uvažujme dokonale přímý prut uchycený na svém dolním konci kloubovou vazbou a na svém horním kloubově posuvnou viz obrázek 3.2[2 str 193 obr 10.2]



Obrázek 3.2 Vychýlení prutu

Přibližná diferenciální rovnice průhybové čáry:

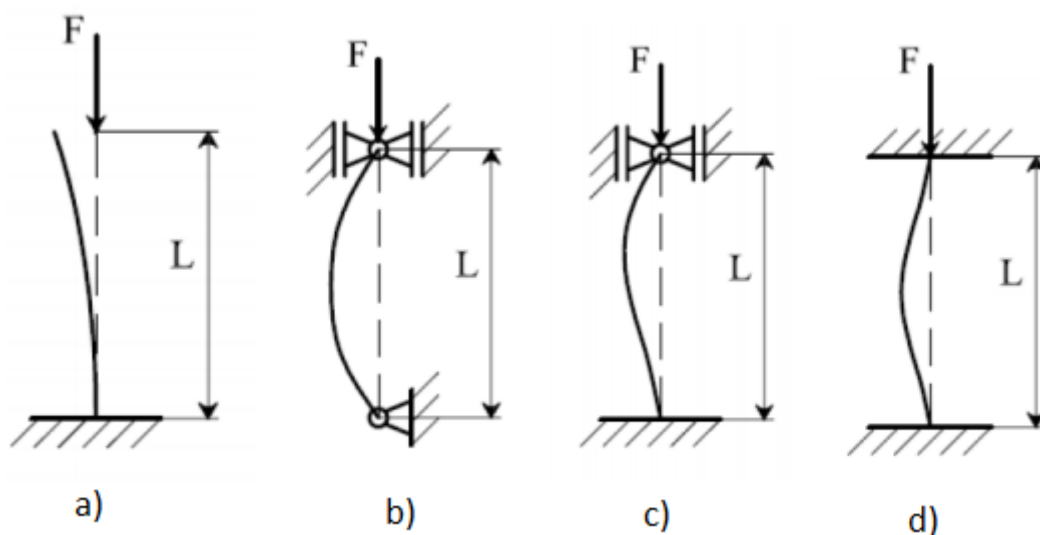
$$w''(x) = -\frac{M(x)}{EI_z} \quad (3.12)$$

Obecné vyjádření ohybového momentu:

$$M(x) = F \cdot w(x) \quad (3.13)$$

Řešením rovnic (3.12 a 3.13) získáme řešení v obecném tvaru:

Rozlišují se 4 základní typy uložení:



Obrázek 3.3 Základní typy uložení prutu při řešení elastické ztrátě stability tvaru

Rovnici 3.19 lze využít při řešení jakéhokoli z těchto typů uložení, jen s tím rozdílem, že je potřeba počítat redukovanou délkou nosníku, která zohledňuje typ uložení.

$$L_{red} = \frac{L}{n} \quad (3.20)$$

kde:

L	původní délka prutu	[mm]
n	konstanta zohledňující způsob uložení.	[-]
n nabývá hodnot: a) $n = \frac{1}{2}$ b) $n = 1$ c) $n = \frac{3}{2}$ d) $n = 2$		

Upravený tvar rovnice pro výpočet kritického napětí:

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{L_{red}^2} \quad (3.21)$$

Kritické napětí

$$\sigma_{kr} = \frac{F}{S} \leq R_e \quad (3.22)$$

kde:

Re	mez kluzu	[MPa]
S	plocha průřezu	[mm ²]

Diplomová práce

Dosazením rovnice 3.22 do rovnice 3.21 získáme:

$$\sigma_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 E I_{min}}{L^2 S} = \frac{n^2 \pi^2 E i^2}{L^2} \quad (3.23)$$

Poloměr setrvačnosti průřezu

$$i = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}} \quad (3.24)$$

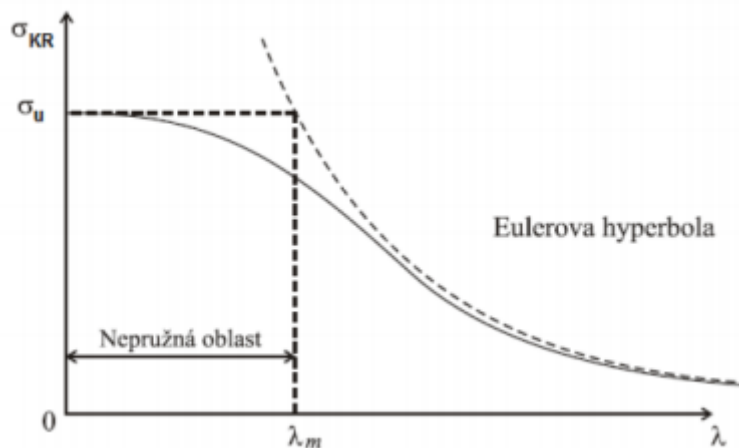
Vložení délky prutu a poloměru setrvačnosti do poměru dostaneme tzv. štíhlost prutu λ .

$$\lambda = \frac{L}{i} \quad (3.25)$$

Rovnici pro kritické napětí zle následně upravit do tvaru

$$\sigma_{kr} = \frac{n^2 \pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.23)$$

Grafické znázornění kritického napětí na štíhlosti prutu ej možné graficky znázornit pomocí Eulerovy hyperboly, viz Obrázek 3.3 [2 str 197 obr 10.4]



Obrázek 3.4 Eulerova hyperbola

Za předpokladu platnosti Hookeova zákona je hraniční hodnota napětí dána mezí kluzu.

$$\lambda_m = n\pi \sqrt{\frac{E}{Re}} \quad (3.24)$$

3.3.2 Tetmajerův vztah - nepružná oblast vzpěru

Pro oblast kde platí $\lambda_m > \lambda$ používáme Tetmajerův vztah ve tvaru:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda \quad (3.25)$$

Případně pro křehké materiály Jasinského vztah:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (3.26)$$

Kde "a", "b" a "c" jsou materiálovými parametry. Pro některé materiály jsou hodnoty těchto parametrů vypsány v tabulce 3.1

Materiál	a[MPa]	b[MPa]	c[MPa]	λ_m
Ocel	320	1,2	0	90
Litina	776	12	0,053	80
Dřevo	29,3	0,194	0	110

Tabulka 3.1 Materiálové parametry a,b,c

3.4 Rychlé (Rázové) děje

Vlastnosti materiálu při rychlých (rázových) dějích se oproti těm získaných z tahové zkoušky liší. Tento rozdíl se týká především meze kluzu R_e a meze pevnosti R_m , které mohou při dynamické zátěži zvýšit svou hodnotu až několikrát. Hodnotu meze kluzu a meze pevnosti je možno vypočítat z Cowper-Symondsova vzorce:

$$\sigma' = \sigma \left[1 + \left(\frac{v}{D} \right)^{\frac{1}{q}} \right] \quad \text{je zmiňována v k1} \quad (3.27)$$

Kde

σ	hodnota z tahové zkoušky (R_e , R_m)
v	Rychlost deformace
C, q	Cowper-Symondsovy materiálové parametry

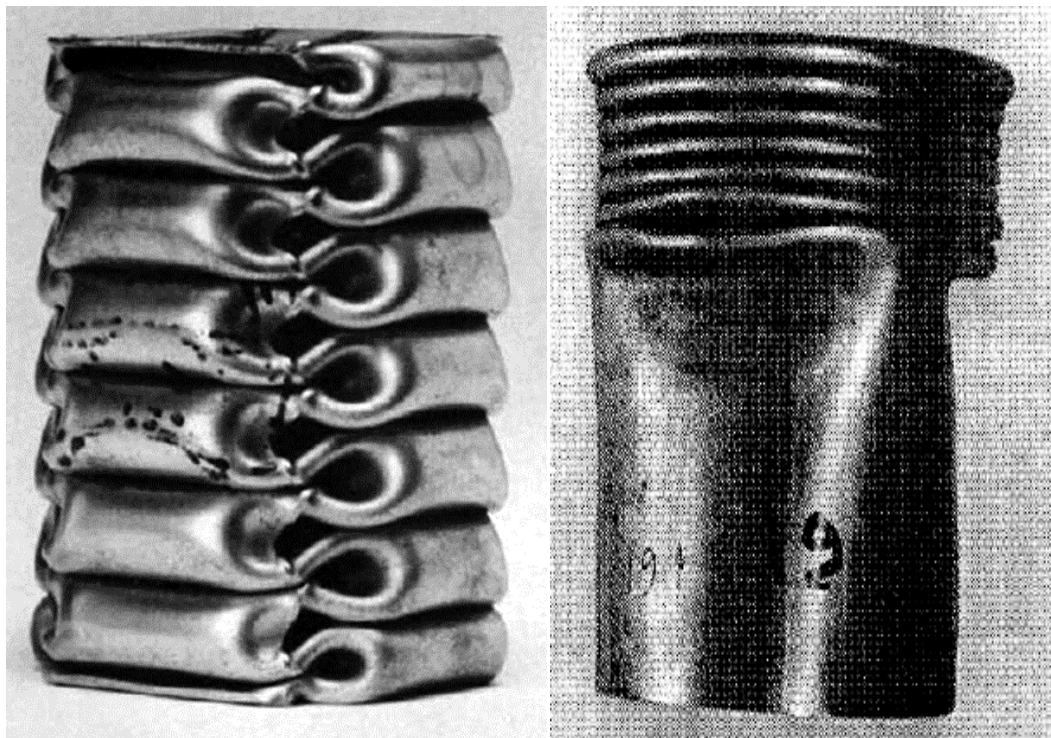
Materiál	$D [s^{-1}]$	$q [-]$
Houževnatá ocel	40.4	5
Slitiny hliníku	6500	4
Titan	120	9
Nerezová ocel	100	10

Tabulka 3.2 Příklady Cowper-Symondsových parametrů

3.5 Dynamický progresivní (postupný) vzpěr

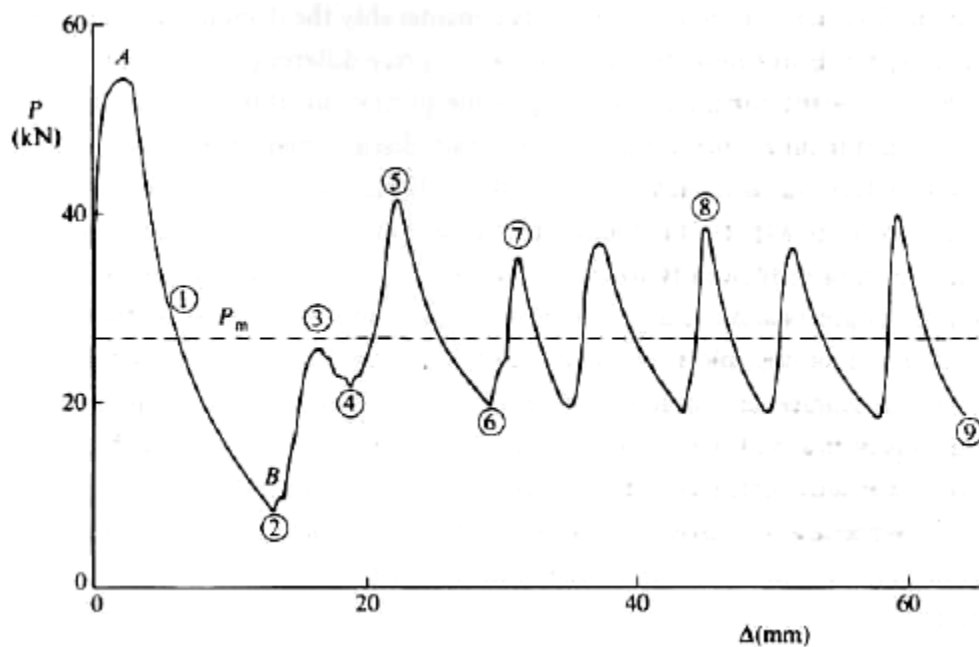
(Podklady pro tuto kapitolu získány ze zdroje [3] kapitola 9. Dynamic progressive buckling)

Jde o jev kdy dochází k postupnému skládání tenkostěnného profilu sama do sebe. Aby k dynamickému progresivnímu vzpěru došlo nemusí být zatěžovaný nosník ani dlouhý ani tenký. Hlavní podmínkou je byl tenkostěnný a byl zatížen dynamikou silou. Při překročení meze kluzu dojde k postupnému skládání nosníku. V závislosti na poměrech mezi tloušťkou stěny a hlavním rozměrem profilu (průměr, strana čtverce) dochází k ovlivnění tvaru jak bude následný sklad vypadat. U velmi tenkých profilů je deformace totožné podél celého obvodu profilu. Oproti tomu u větších tloušťek stěn je skládání nesymetrické.



Obrázek 3.5 Dynamický progresivní vzpěr čtvercového a kruhového průřezu

Při záznamu síly na deformaci profilu dostaneme zubovitý výsledek.



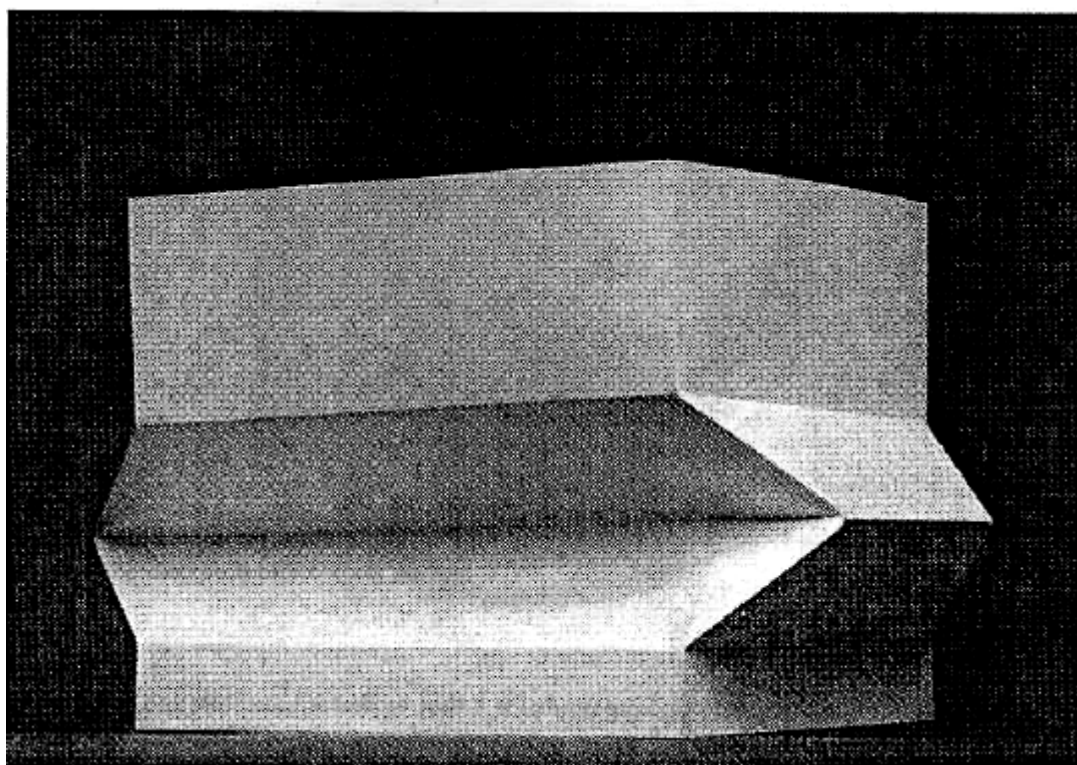
Obrázek 3.6 Záznam závislosti síly na deformaci při skládání profilu

Přesto že dochází ke skládání profilu postupně sklad za skladem a vždy o stejně velké velikosti skladu, je odezva síly na deformaci u prvních dvou skladů odlišná proti všem dalším. Tato část se vyznačuje u prvního skladu velmi velký rozdíl síly mezi maximální a minimální

hodnotou, více méně dvojnásobným proti síle potřebné u "uklidněného" skládání. Za to na druhý sklad se zase horní a dolní hranice síly téměř neodlišuje. Obě dvě hranice jsou těsně kolem střední hodnoty.

3.5.1 Dynamický progresivní vzpěr čtvercových profilů.

U čtvercového tenkostěnného profilu jsou hlavními rozměry velikost profilu C a tloušťka stěny H . Při poměru $C/H > 40,8$ dochází k symetrickému skládání, ale pokud je poměr $C/H < 7,5$ dochází k nesymetrickému kolapsu. Při poměru mezi těmito hodnotami dochází ke skládání které je mixem obou těchto možností.



Obrázek 3.7 Ideální tvar symetrického kolapsu vyobrazeného papírovým modelem

Statické skládání

Střední síla potřebná ke skládání:

$$P_m = 38.12 \cdot Mo \left(\frac{C}{H} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.28)$$

Délka hrany skladu:

$$l = 0.99H \left(\frac{C}{H} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3.29)$$

Plastický moment:

$$Mp = Re \frac{H^2}{4} \quad (3.30)$$

Skutečné zkrácení nosníku při jednom plném skladu:

$$\delta_e = 0,73.2l \quad (3.31)$$

Díky výsledné hodnotě z rovnice 3.31 můžeme přepsat rovnici 3.28:

$$P_m = 52.22 \cdot Mo \left(\frac{C}{H} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.32)$$

Vyjádření střední síly P_m , tak aby zohledňovala změnu mezí pevností a mezi kluzu zvýšenou rychlostí deformací:

$$Pm(V) = 52.22 \cdot Mp \cdot \left(\frac{C}{H} \right)^{\frac{1}{3}} \left[1 + \left(\frac{0,33V}{CD} \right)^{1/q} \right] \quad (3.33)$$

4 Problematika nárazových testů automobilu

Nárazové testy, neboli Crash testy, testují pasivní bezpečnost automobilů. Jedná se o destruktivní zkoušky při kterých je testována karosérie vozidla aby se zjistilo, jak moc, nebo jak málo toho karosérie vydrží a jak dobře chrání pasažéry uvnitř automobilu.

Tyto testy provádí několik nezávislých organizací. Pro Evropu jsou nejznámější Euro-NCAP, u kterých se provádí celkem čtyři typy testů:

- 1.) Čelní náraz automobilu do deformovatelné překážky v rychlosti $v = 64\text{km/h}$.
- 2.) Boční náraz do vozu rychlostí $v = 50\text{km/h}$.
- 3.) Simulace nárazu do stromu, kdy automobil narazí rychlostí $v = 29\text{km/h}$ bokem do úzké překážky.
- 4.) Zkouška bezpečnosti chodců v rychlosti $v = 40\text{km/h}$.

Všechny testy mají své přesné zadání jak mají být prováděny, jaké vlastnosti má mít překážka, jaké rozměry, v jakých tolerancích má být rychlost nárazu. A to především aby zde byla možnost opakovatelnosti zkoušky a tím i možnost porovnávat různé automobily mezi sebou.

Ještě nedávno byla primární bezpečnost pasažérů v automobilu, ale v současné době se čím dál víc lpí i na bezpečnosti chodců v případě srážky.

Při Crash testech se neposuzuje jenom jak moc se auto deformovalo a jak moc byla ohrožena posádka. Ať už na předních sedadlech, tak i na zadních, ať jde o dítě v sedačce nebo dospělého. Důležitým faktorem výsledku testu je i přetížení (jde o velikost zpomalení, které se obvykle vyjadřuje v jednotce [g]), čímž je řečeno kolikrát větší zpomalení než je gravitační zrychlení působilo na posádku při nárazu a bezprostředně po něm.



Obrázek 4.1 Auto při Crash testu

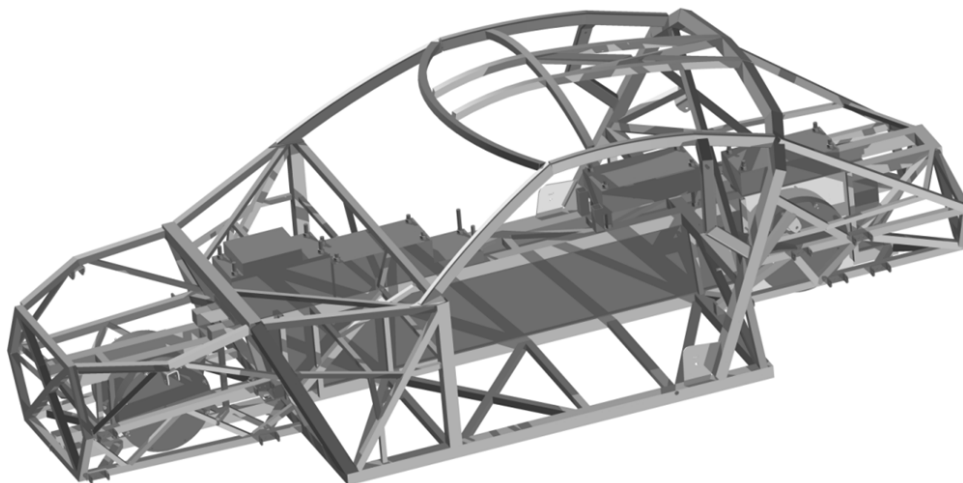
5 Rozbor zadání

Geometrie elektromobilu CFX byla zadána jako počítačový model nosného rámu, který obsahoval všechny nosné části spolu s boxem na baterie. Zadány byly dále hmotnosti hlavních částí elektromobilu s tím, že hmotnost, která neměla určenou konkrétní polohu nebo určení, byla rozdělena rovnoměrně na celou konstrukci umělým navýšením hustoty.

Při pohledu na celou konstrukci z globálního pohledu je možné ji považovat za souměrnou podle roviny procházející středem vozidla kolmo na osy náprav. Tento pohled narušuje především samotný řidič plus případně nějaké další položky jako jsou například volant, palubní deska a jiné. Řidič váží 74kg a po připočtení další hmoty se dostaneme odhadem na hmotnost 100kg. Avšak při srovnání 100kg vůči celkové hmotnosti elektromobilu s figurínou 1529 kg, je tato hmotnost pouze přibližně 6 % z celkové váhy. Je tedy v případě diskretizace pro předběžný výpočet zrychlení možno předpokládat souměrnost.

Způsob rozložení velkých hmot a uspořádání rámu dovoluje provést diskretizaci pro řešení čelního nárazu do pevné překážky na tři hmotné tělesa navzájem propojené pružnými tělesy a tlumiči.

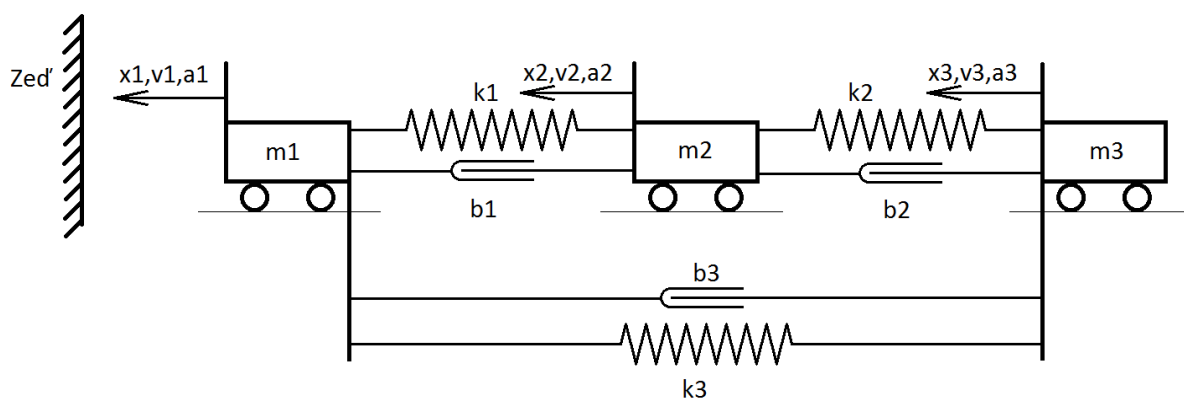
Výsledkem by měla být grafická závislost zpomalení v prvních několika milisekundách po nárazu do pevné překážky. Která by se měla vykazovat obdobné hodnoty jako byly naměřeny při experimentu.



Obrázek 5.1 Rám elektromobilu

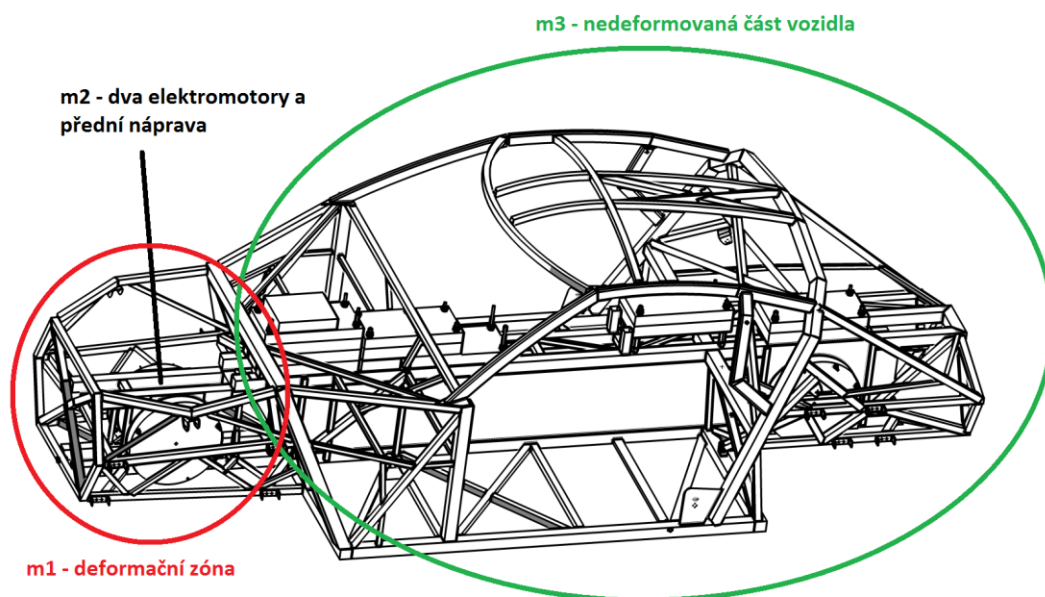
6 Diskrétní model rámu vozidla

Diskretizace byla provedena na soustavu o 3 stupních volnosti:



Obrázek 6.1 Diskretizovaná soustava na 3 stupně volnosti

Vyobrazení diskretizovaných částí:



Obrázek 6.2 Vyobrazení diskretizovaných částí

6.1 Rozložení hmotnosti

Hmotnosti jednotlivých součástí známé ze zadání:

Celková hmotnost vozidla	1455	kg
Figurína	74	kg
Rám	250	kg
Karosérie	101	kg
Sedačka řidiče	15x2	kg
Elektromotory	48x4	kg
Baterie	300	kg
Nápravy	20x2	kg
Kola s ráfky	7x4	kg
Celkem určená hmota	941	kg
Neurčená hmota	514	kg

Neurčenou hmotu bylo nutné rozložit na zbytek soustavy tak aby byla zachována celková hmotnost a tím i kinetická energie soustavy na začátku děje.

$$\text{Rám} + \text{karosérie} + \text{neurčená hmota} \quad 250 + 101 + 514 = 865 \text{ kg}$$

Umělé zvednutí hmotnosti rámu z 250kg na 865kg tzn. 3,46 krát zvýšit hmotnost

Hmotnosti deformační zóny m1

$$\text{Původní hmotnost deformační zóny} \quad md = 34 \text{ kg}$$

$$\text{Uměle zvýšená hmotnost deformační zóny} \quad m1 = 34 \cdot 3,46 = 116 \text{ kg}$$

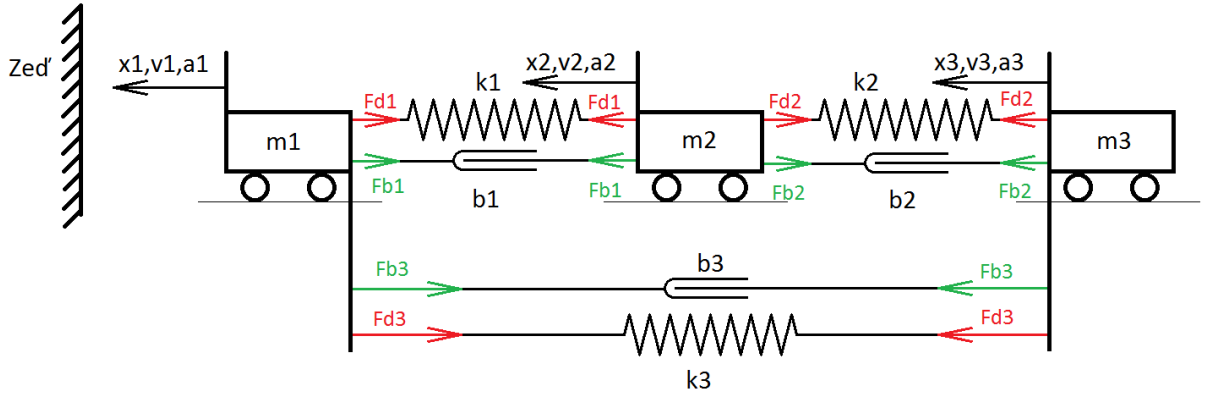
Hmotnosti m2

$$\text{Dva motory} + \text{náprava} + \text{dvě kola s ráfky} \quad m2 = 2 \cdot 48 + 20 + 2 \cdot 7 = 130 \text{ kg}$$

Hmotnost nedeformované části m3

$$m3 = mc - m1 - m2 + mf = 1455 - 116 - 130 + 74 = 1283 \text{ kg}$$

6.2 Odvození Rovnic pro práci implicitního a explicitního algoritmu:



Obrázek 6.3 Vzájemní silové působení

6.2.1 Rovnice rovnováhy:

$$m_1 a_1 = \sum F_i = -F_{d1} - F_{d3} - F_{b1} - F_{b3} \quad (6.1)$$

$$m_2 a_2 = \sum F_i = F_{d1} - F_{d2} + F_{b1} - F_{b2} \quad (6.2)$$

$$m_3 a_3 = \sum F_i = F_{d2} + F_{d3} + F_{b2} + F_{b3} \quad (6.3)$$

Direkční síly:

$$F_{d1} = k_1 \Delta l_1 = k_1 (x_1 - x_2) \quad (6.4)$$

$$F_{d2} = k_2 \Delta l_2 = k_2 (x_2 - x_3) \quad (6.5)$$

$$F_{d3} = k_3 \Delta l_3 = k_3 (x_1 - x_3) \quad (6.6)$$

Tlumící síly:

$$F_{b1} = b_1 \Delta v_1 = b_1 (v_1 - v_2) \quad (6.7)$$

$$F_{b2} = b_2 \Delta v_2 = b_2 (v_2 - v_3) \quad (6.8)$$

$$F_{b3} = b_3 \Delta l_3 = b_3 (v_1 - v_3) \quad (6.9)$$

Dosazení rovnic 6.4 až 6.9 do rovnic 6.1 až 6.3:

$$m_1 a_1 + k_1 (x_1 - x_2) + k_3 (x_1 - x_3) + b_1 (v_1 - v_2) + b_3 (v_1 - v_3) = 0 \quad (6.10)$$

$$m_2 a_2 - k_1 (x_1 - x_2) + k_2 (x_2 - x_3) - b_1 (v_1 - v_2) + b_2 (v_2 - v_3) = 0 \quad (6.11)$$

$$m_3 a_3 - k_2 (x_2 - x_3) - k_3 (x_1 - x_3) - b_2 (v_2 - v_3) - b_3 (v_1 - v_3) = 0 \quad (6.12)$$

Nahrazení rychlostí a zrychlení první a druhou derivací podle času:

$$m_1 \ddot{x}_1 + b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + b_3(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + k_1(x_1 - x_2) + k_3(x_1 - x_3) = 0 \quad (6.10)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_1(x_1 - x_2) + k_2(x_2 - x_3) = 0 \quad (6.11)$$

$$m_3 \ddot{x}_3 - b_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - b_3(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_2(x_2 - x_3) - k_3(x_1 - x_3) = 0 \quad (6.12)$$

6.3 Implicitní algoritmus

Využitím logiky výpočtu z kapitoly č.3 a rovnice 3.5 a dosazením rovnic 3.6 a 3.7 do rovnic 6.10 až 6.12:

$$m_1 \frac{X^1_{n+1} - 2X^1_n + X^1_{n-1}}{\Delta t^2} + b_1 \left(\frac{X^1_{n+1} - X^1_n}{\Delta t} - \frac{X^2_{n+1} - X^2_n}{\Delta t} \right) + b_3 \left(\frac{X^1_{n+1} - X^1_n}{\Delta t} - \frac{X^3_{n+1} - X^3_n}{\Delta t} \right) + k_1(X^1_{n+1} - X^2_{n+1}) + k_3(X^1_{n+1} - X^3_{n+1}) = 0 \quad (6.13)$$

$$m_2 \frac{X^2_{n+1} - 2X^2_n + X^2_{n-1}}{\Delta t^2} - b_1 \left(\frac{X^1_{n+1} - X^1_n}{\Delta t} - \frac{X^2_{n+1} - X^2_n}{\Delta t} \right) + b_2 \left(\frac{X^2_{n+1} - X^2_n}{\Delta t} - \frac{X^3_{n+1} - X^3_n}{\Delta t} \right) - k_1(X^1_{n+1} - X^2_{n+1}) + k_2(X^2_{n+1} - X^3_{n+1}) = 0 \quad (6.14)$$

$$m_3 \frac{X^3_{n+1} - 2X^3_n + X^3_{n-1}}{\Delta t^2} - b_2 \left(\frac{X^2_{n+1} - X^2_n}{\Delta t} - \frac{X^3_{n+1} - X^3_n}{\Delta t} \right) - b_3 \left(\frac{X^1_{n+1} - X^1_n}{\Delta t} - \frac{X^3_{n+1} - X^3_n}{\Delta t} \right) - k_2(X^2_{n+1} - X^3_{n+1}) - k_3(X^1_{n+1} - X^3_{n+1}) = 0 \quad (6.15)$$

Vyjádření polohy v čase t_{n+1} :

$$X^1_{n+1} = 2X^1_n - X^1_{n-1} + \left(\frac{-1}{m_1 + b_1\Delta t + b_3\Delta t + k_1\Delta t^2 + k_3\Delta t^2} \right) \cdot \{ \Delta t [b_1(-X^1_n - X^2_{n+1} + X^2_n + b_3(-X^1_n - X^3_{n+1} + X^3_n))] + \Delta t^2 [k_1(-X^2_{n+1}) + k_3(-X^3_{n+1})] \} \quad (6.16)$$

$$X^2_{n+1} = 2X^2_n - X^2_{n-1} + \left(\frac{-1}{m_2 + b_1\Delta t + b_2\Delta t + k_1\Delta t^2 + k_2\Delta t^2} \right) \{ \Delta t [-b_1(X^1_{n+1} - X^1_n + X^2_n) + b_2(-X^2_n - X^3_{n+1} + X^3_n)] + \Delta t^2 [-k_1(X^1_{n+1}) + k_2(-X^3_{n+1})] \} \quad (6.17)$$

$$X^3_{n+1} = 2X^3_n - X^3_{n-1} + \left(\frac{-1}{m_3 + b_2\Delta t + b_3\Delta t + k_2\Delta t^2 + k_3\Delta t^2} \right) \{ \Delta t [-b_2(X^2_{n+1} - X^2_n + X^3_n) - b_3(X^1_{n+1} - X^1_n + X^3_n)] + \Delta t^2 [-k_2(X^2_{n+1}) - k_3(X^1_{n+1})] \} \quad (6.18)$$

6.4 Explicitní algoritmus

Využitím logiky výpočtu z kapitoly č.3 a rovnice 3.8 a dosazením rovnic 3.9 a 3.10 do rovnic 6.10 až 6.12:

$$m_1 \frac{X^1_{n+1} - 2X^1_n + X^1_{n-1}}{\Delta t^2} + b_1 \left(\frac{X^1_n - X^1_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^2_n - X^2_{n-1}}{\Delta t} \right) + b_3 \left(\frac{X^1_n - X^1_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^3_n - X^3_{n-1}}{\Delta t} \right) + k_1 (X^1_n - X^2_n) + k_3 (X^1_n - X^3_n) = 0 \quad (6.19)$$

$$m_2 \frac{X^2_{n+1} - 2X^2_n + X^2_{n-1}}{\Delta t^2} - b_1 \left(\frac{X^1_n - X^1_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^2_n - X^2_{n-1}}{\Delta t} \right) + b_2 \left(\frac{X^2_n - X^2_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^3_n - X^3_{n-1}}{\Delta t} \right) - k_1 (X^1_n - X^2_n) + k_2 (X^2_n - X^3_n) = 0 \quad (6.20)$$

$$m_3 \frac{X^3_{n+1} - 2X^3_n + X^3_{n-1}}{\Delta t^2} - b_2 \left(\frac{X^2_n - X^2_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^3_n - X^3_{n-1}}{\Delta t} \right) - b_3 \left(\frac{X^1_n - X^1_{n-1}}{\Delta t} - \frac{X^3_n - X^3_{n-1}}{\Delta t} \right) - k_2 (X^2_n - X^3_n) - k_3 (X^1_n - X^3_n) = 0 \quad (6.21)$$

Vyjádření polohy v čase t_{n+1} :

$$\mathbf{X}^1_{n+1} = \left(-\frac{1}{m_1} \right) \{ \Delta t [b_1 (X^1_n - X^1_{n-1} - X^2_n + X^2_{n-1}) + b_3 (X^1_n - X^1_{n-1} - X^3_n + X^3_{n-1})] + \Delta t^2 [k_1 (X^1_n - X^2_n) + k_3 (X^1_n - X^3_n)] \} + 2X^1_n - X^1_{n-1} \quad (6.22)$$

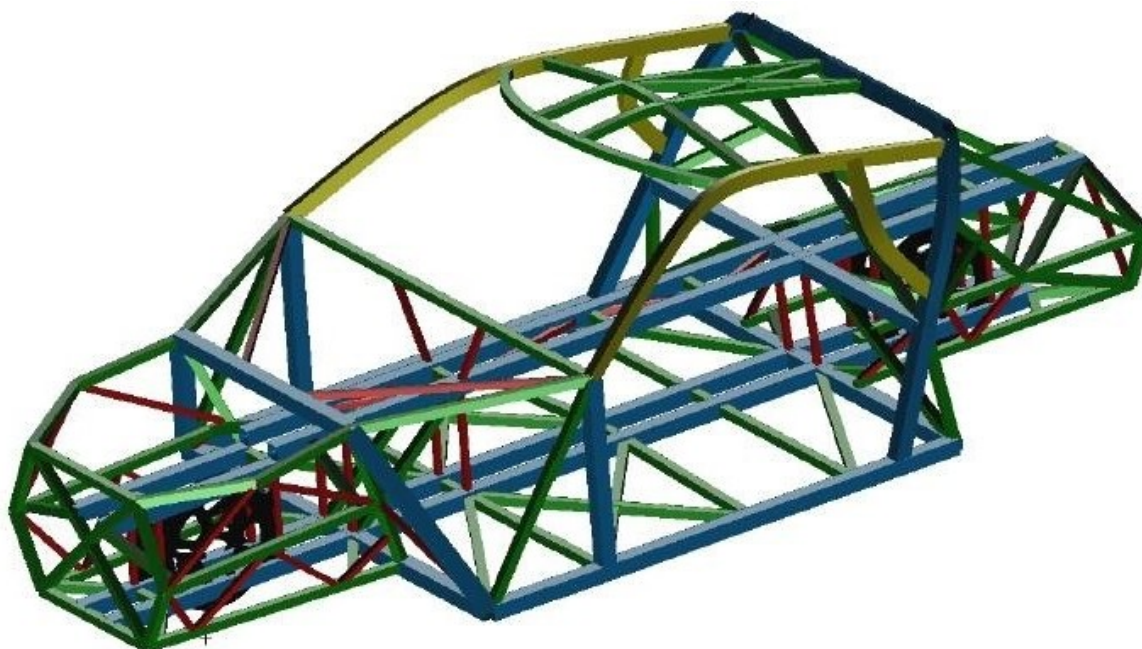
$$\mathbf{X}^2_{n+1} = \left(-\frac{1}{m_2} \right) \{ \Delta t [-b_1 (X^1_n - X^1_{n-1} - X^2_n + X^2_{n-1}) + b_2 (X^2_n - X^2_{n-1} - X^3_n + X^3_{n-1})] + \Delta t^2 [-k_1 (X^1_n - X^2_n) + k_2 (X^2_n - X^3_n)] \} + 2X^2_n - X^2_{n-1} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{X}^3_{n+1} = \left(-\frac{1}{m_3} \right) \{ \Delta t [-b_2 (X^2_n - X^2_{n-1} - X^3_n + X^3_{n-1}) - b_3 (X^1_n - X^1_{n-1} - X^3_n + X^3_{n-1})] + \Delta t^2 [-k_2 (X^2_n - X^3_n) - k_3 (X^1_n - X^3_n)] \} + 2X^3_n - X^3_{n-1} \quad (6.24)$$

6.5 Výpočet tuhostí

Z důvodu rovinné symetrie jsou všechny tuhosti nakonec připočteny dvakrát.

6.5.1 Použité profily v rámu elektromobilu



Obrázek 6.4 Grafické znázornění rozmístění profilů

Barva	Rozměr profilu	Materiál
Zelená	Profil 30x30x2	S 355 J2H
Modrá	Profil 50x50x2	S 355 J2H
Červená	Profil 20x20x2	S 235
Žlutá	Profil 50x30x3	S 355 J2H
Šedá	Pech t 3	S 235

Tabulka 6.1 Rozpiska profilů a použitých materiálů

6.5.2 Materiál

Z materiálových litů byly vyčteny tyto vlastnosti materiálu:

Re [MPa]	Rm[MPa]	A [%]
484	594	22,7

Tabulka 6.2 Materiálové vlastnosti podle materiálových listů

Skutečný tahový diagram

Dopčet skutečného napětí:

Skutečná lomová tažnost:

$$\varepsilon_f = \ln(A + 1) = \ln(1,227) = 0,205 \quad (6.25)$$

Modul monotónního zpevnění ($n = A$):

$$K = Rm \left(\frac{e}{n}\right)^n = 594 \left(\frac{e}{0,227}\right)^{0,227} = 1044 MPa \quad (6.26)$$

Skutečná poměrná deformace na skutečné mezi pevnosti:

$$\varepsilon_m = \left(\frac{Rm}{K}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{594}{1044}\right)^{\frac{1}{0,227}} = 0,084 \quad (6.27)$$

$$\sigma_m = (\varepsilon_m + 1)Rm = (0,084 + 1)594 = 643 MPa \quad (6.28)$$

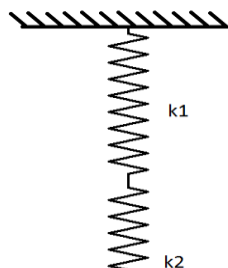
Plastického modulu pružnosti v tahu:

$$E_p = \frac{\sigma_m - R_e}{\varepsilon_m - \varepsilon_e} = 1965 MPa \quad (6.29)$$

6.5.3 Řazení pružin

Způsob výpočtu výsledné tuhosti při různých způsobech řazení pružin

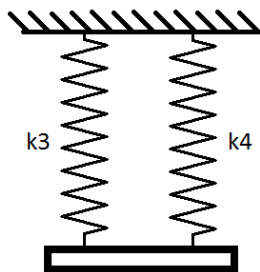
Seřazení do série:



Obrázek 6.5 Pružiny
k1 a k2 v sérii

$$\begin{aligned}\frac{1}{k_{cel}} &= \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \\ k_{cel} &= \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\end{aligned}\quad (6.30)$$

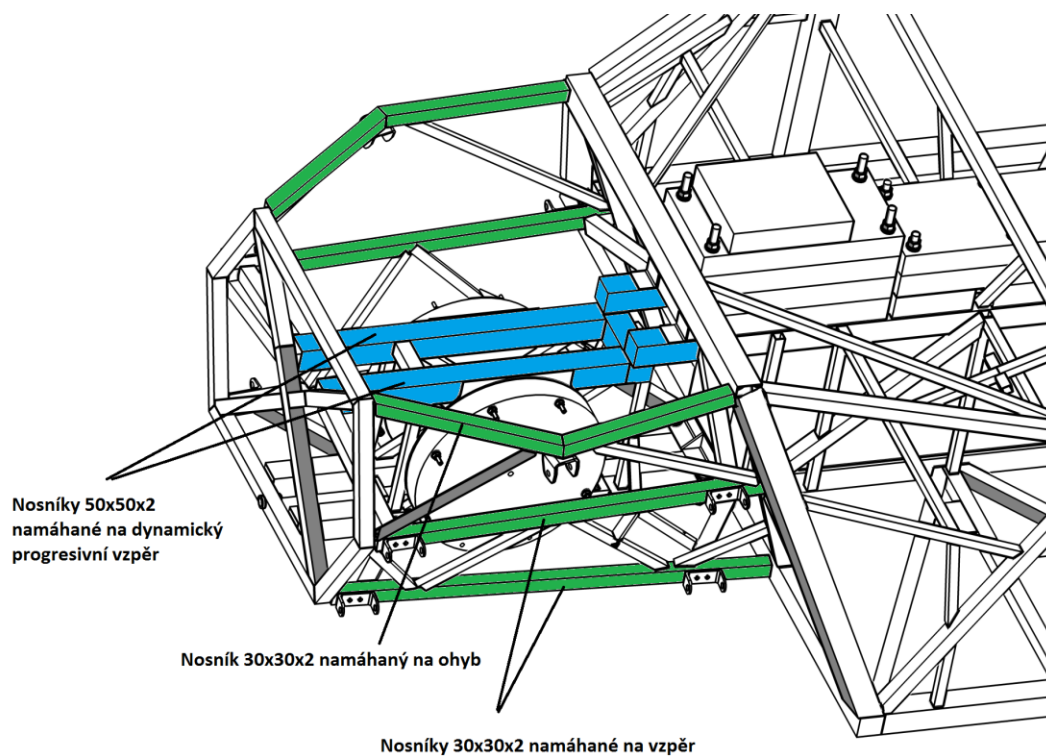
Paralelní řazení:



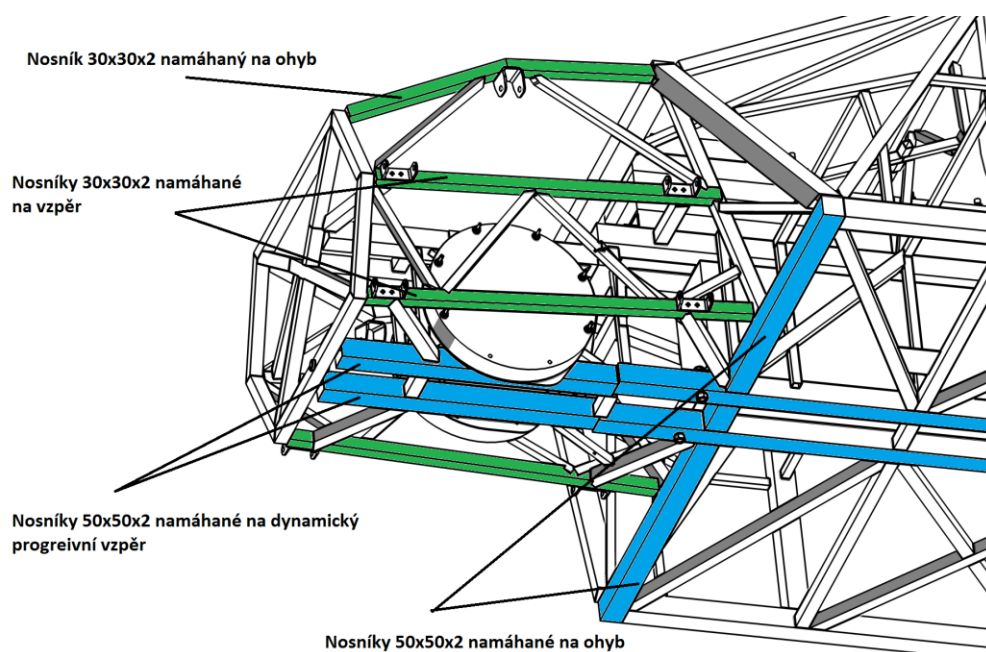
Obrázek 6.6 Pružiny
k3 a k4 seřazené paralelně

$$k_{cel} = k_1 + k_2 \quad (6.31)$$

6.5.4 Vyobrazení nosníků jenž mají hlavní vliv na pohlcení kinetické energie



Obrázek 6.7 Pohled shora



Obrázek 6.8 Pohled zespodu

6.5.5 Tuhost k_1

Tato tuhost nahrazuje nosníky 4 nosníky 50x50x2 o délce $l_{o1} = 381\text{mm}$, které jsou mezi čumákem auta a motory. V diskretizované soustavě mezi tělesem 1 (m_1) a tělesem 2 (m_2). Tyto nosníky jsou vzhledem ke svému kolmému postavení, vzhledem ke stěně nárazu, namáhány na dynamický progresivní vzpěr, který je popsán v kapitole 3.

6.5.5.1 Elastické chování

Do meze kluzu, která je díky nárazu ovlivněná rychlostí (viz rovnice 3.27) a tedy jiná než je statická hodnota, se chová nosník elasticky a platí zde Hookův zákon.

Tuhost při do meze kluzu:

$$k_{el1} = 4 \cdot E \cdot \frac{S}{l_{o1}} = 4.210000 \frac{384}{381} = 8,47 \cdot 10^5 \frac{N}{mm} \quad (6.32)$$

Deformace do které materiál nepřekračuje mez kluzu (závislá na rychlosti deformace):

$$dl_{mez} = Re(v) \frac{l_{o1}}{E} \quad (6.33)$$

6.5.5.2 Chování při plastické deformaci

Plastický moment průřezu (3.30):

$$M_p = Re \frac{H^2}{4} = 484 \frac{2^2}{4} = 484N \quad (6.34)$$

Osová síla zatěžující nosník (3.33):

$$P_m(V) = 52.22 \cdot M_p \cdot \left(\frac{C}{H}\right)^{\frac{1}{3}} \left[1 + \left(\frac{0,33V}{CD}\right)^{1/q}\right] \quad (6.35)$$

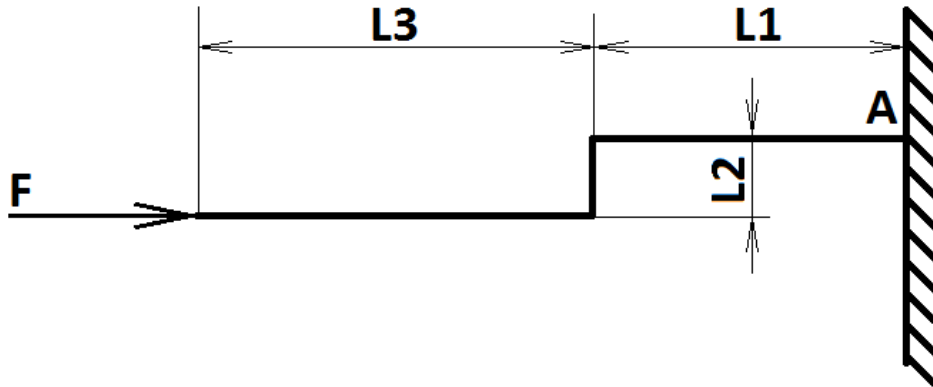
Z Obrázek 3.6 Záznam závislosti síly na deformaci při skládání profilu je zřejmé, že ke složení prvního zlomu je potřeba přibližně dvojnásobná síla než je tomu ke všem následujícím a této informace bylo využito při programování simulace.

Tuhost za mezí kluzu

$$k_{p1} = k_{el1} + \frac{P_m(V)}{1mm} \quad (6.36)$$

6.5.6 Tuhost k2

Z důvodu svaření dvou nosníků 50x50x2 na sebe zde vzniklo slabé místo (viditelné na obrázku 6.7). V tomto místě dochází k ohybovému namáhání.



Obrázek 6.9 Ohyb u tuhosti k2

$$L1 = 122mm$$

$$L2 = 50mm$$

$$L3 = 224mm$$

$$C = 50mm$$

Tloušťka nosníku

$$H = 2mm$$

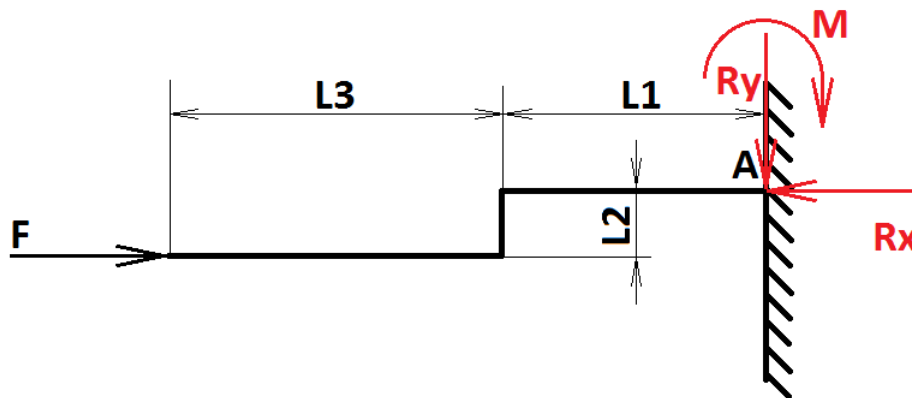
Tloušťka stěny nosníku

Síla potřebná k dosažení meze kluzu (opět ovlivněn rychlostí deformace):

$$\sigma_{red} = \sigma_0 + \sigma_d = Re \quad (6.37)$$

$$Re = \frac{M_0 C}{I} + \frac{F}{S} = \frac{F L_2 C}{I} + \frac{F}{S} = F \left(\frac{L_2 C}{I} + \frac{1}{S} \right) \Rightarrow F = \frac{Re}{\left(\frac{L_2 C}{I} + \frac{1}{S} \right)}$$

Velikost deformace ve směru působení síly při působení silou o velikosti F:



Obrázek 6.10 Výpočet průhybu - reakce

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_{ix} = 0 \Rightarrow F = Rx \quad (6.38)$$

$$\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow Ry = 0N \quad (6.39)$$

$$\sum M_{ia} = 0 \Rightarrow -M + F \cdot L2 = 0 \Rightarrow M = F \cdot L2 \quad (6.40)$$

Využití Castiglianovy věty:

$$x_1 \in < 0, L1 > \quad M(x_1) = -M = -F \cdot L2 \quad (6.41)$$

$$x_2 \in < 0, L2 > \quad M(x_2) = -M + Rx \cdot x_2 = -F \cdot L2 + F \cdot x_2 \quad (6.42)$$

$$x_3 \in < 0, L3 > \quad M(x_3) = -M + Rx \cdot L2 = -F \cdot L2 + F \cdot L2 = 0 \quad (6.43)$$

Průhyb:

$$w = \frac{1}{EI} \left(\int_0^{L1} \frac{M(x_1) dM(x_1)}{dF} dx_1 + \int_0^{L2} \frac{M(x_2) dM(x_2)}{dF} dx_2 + \int_0^{L3} \frac{M(x_3) dM(x_3)}{dF} dx_3 \right) = \frac{F}{EI} \cdot \left(\frac{L2^3}{3} + L1 \cdot L2 \right) \quad (6.44)$$

Pro statickou hodnotu meze kluzu je průhyb pouze $w = 0,489mm$, tedy zanedbatelná hodnota a v tom případě bude dál počítáno pouze s elastickou deformací dolních nosníků.

Elastická deformace dolních nosníků

$$kel2 = 2 \cdot E \cdot \frac{S}{l_{o2}} = 2.210000 \frac{384}{224} = 7,2 \cdot 10^5 \frac{N}{mm} \quad (6.45)$$

K namáhání těchto nosníků na dynamický progresivní vzpěr byl zanedbán z důvodu velmi krátkých částí kde není přivařená žádná výztuž a tedy není na něj prostor.

6.5.7 Tuhost k3

Tuhost mezi čelem automobilu a nedeformovanou částí tvoří 2x2 nosníky namáhané na vzpěr a 1x2 nosníky namáhané na ohyb.

Namáhání na vzpěr oba nosníky mají průřezu 30x30x2:

Dolní nosník délky $l_d = 850mm$:

Horní nosník délky $l_h = 781mm$:

U obou nosníků vyšlo, že $\lambda_m > \lambda$ jde tedy o vzpěr v nepružné oblasti a je ho nutné počítat podle Tetmayerova vztahu 3.25 pro materiálové konstanty $a = 320 MPa$ a $b = 1,2MPa$:

$$\lambda_1 = 74,171$$

$$\lambda_2 = 68,15$$

$$\sigma_{kr1} = a - b\lambda = 320 - 1,2 \cdot 74,171 = 231MPa \quad (6.46)$$

$$\sigma_{kr2} = a - b\lambda = 320 - 1,2 \cdot 68,15 = 238MPa \quad (6.46)$$

Kritická síla:

$$F_{kr1} = \sigma_{kr1} \cdot S = 231 \cdot 224 = 51740N \quad (6.47)$$

$$F_{kr2} = \sigma_{kr2} \cdot S = 238 \cdot 224 = 53310N \quad (6.48)$$

Elastická deformace při dosažení kritické síly:

$$dl_{mez11} = \sigma_{kr1} \frac{l_d}{E} = 231 \cdot \frac{850}{E} = 0,9mm \quad (6.49)$$

$$dl_{mez22} = \sigma_{kr2} \frac{l_h}{E} = 238 \cdot \frac{781}{E} = 0,9mm \quad (6.50)$$

Elastická tuhost:

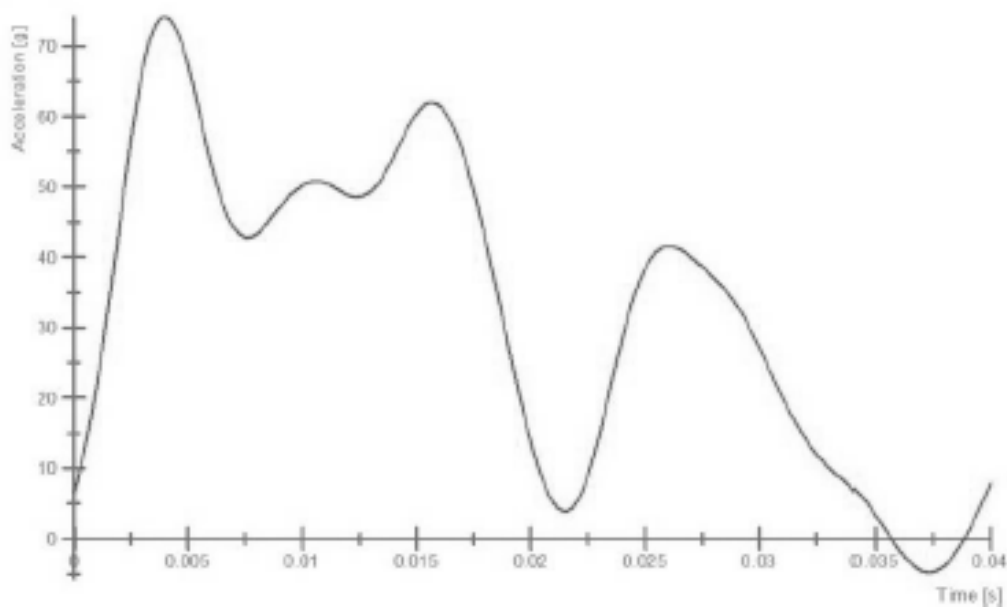
$$kel_{11} = 2 \cdot E \cdot \frac{S}{l_d} = 2 \cdot 2210000 \cdot \frac{224}{850} = 1,9 \cdot 10^5 \frac{N}{mm} \quad (6.45)$$

$$kel_{22} = 2 \cdot E \cdot \frac{S}{l_h} = 2 \cdot 2210000 \cdot \frac{224}{781} = 2,1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm} \quad (6.46)$$

7 Srovnání výsledků

7.1 Výsledky z Crash testu:

Rám elektromobilu CFX byl experimentálně otestován crash testem na čelní naraz do pevné překážky v rychlosti $v = 50 \text{ km/h}$. Tento test neproběhl úplně v obvyklém procesu jako tomu bývá u sériově vyráběných automobilů. Rám byl připraven na crash test způsobem aby bylo zničeno co nejméně součástí. A proto byl rám holý bez všech plastových dílů. Motory byly nahrazeny ocelovými závažími, prostor pro baterie byl vylit betonem a pro zachování celkové hmotnosti byl rám dovážen ocelovými závažími na oficiální celkovou hmotnost auta $m_c = 1455 \text{ kg} + 74 \text{ kg}$ figurína. Akcelerometr při setu byl umístěn do roviny souměrnosti přibližně mezi sedadla.



Obrázek 7.1 Naměřené hodnoty zpomalení při reálném testu

Maximální zpomalení naměřené při crash testu $a_{max} = 75g$

7.1.1 Fotografie z Crash Testu



Obrázek 7.2 Deformovaný rám po crash testu

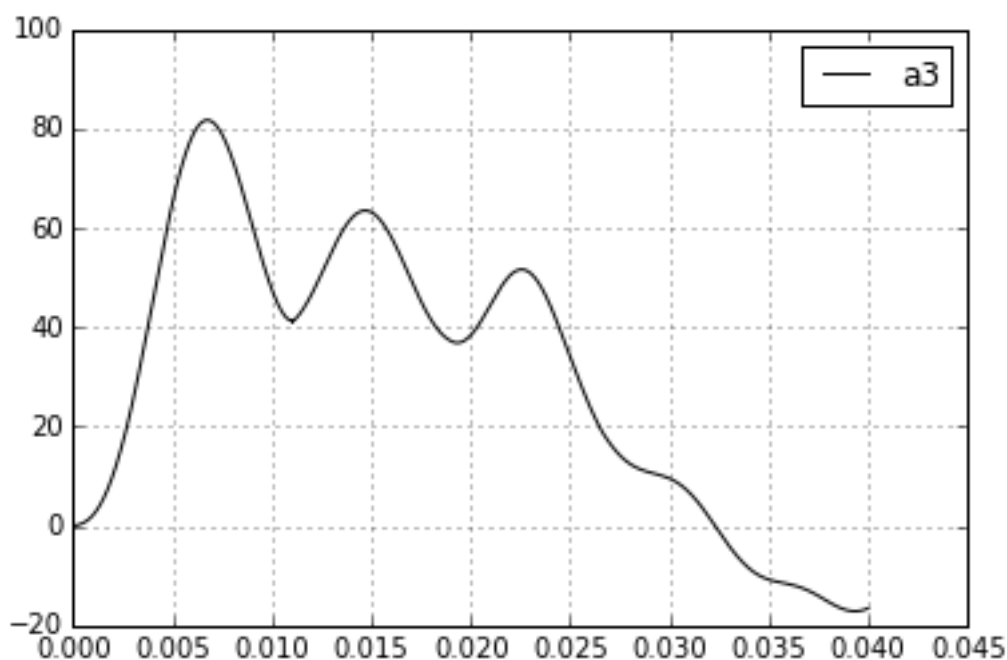


Obrázek 7.3 Detail deformovaných nosníků



Obrázek 7.4 Deformovaná čes automobilu

7.2 Výsledky z diskretizované soustavy



Maximální zpomalení napočítané diskretizovanou soustavou $a_{max} = 81,7 \text{ g}$

7.3 Porovnání

V první řadě je nutno říci, že při použití explicitní metody s časovým krokem, 1000 kroků na 1 ms bylo dosahováno výsledků shodných s implicitním algoritmem s přesností do 3%.

Při srovnání grafu získaného experimentem a grafu vypočteného na diskretizovaném modelu nalezneme určité podobnosti. První touto podobností Největší maximum zpomalení se nachází v oblasti kolem 5ms a rozdíl těchto je pouhých 6g. Druhá shoda je v čase okolo 15ms kde se nachází druhé maximum obou grafů a tentokrát i s velmi podobnými hodnotami zpomalení cca $a = 63 \text{ g}$. Třetí maximum se u obou grafů nachází v kolem 25ms. Tentokrát je zde větší rozdíl v hodnotách, kde diskretizovaná soustava dává o víc jak 10g vyšší hodnoty. Poslední viditelnou shodou je minimum, které je kolem 35 a 40ms odkud má tendenci nabírat stoupající charakter.

8 Závěr

Během práce byl analyzován rám elektromobilu CFX, který byl postaven týmem StudentCar na Vysoké škole Báňské - Technické univerzitě Ostrava. Při této analýze byly určeny hlavní nosné prvky při nárazu elektromobilu do zdi.

Diskretizací byla vytvořena soustava třech těles o třech stupních volnosti navzájem spojených pružinami a tlumiči. První těleso nahrazovalo přímo deformovanou část automobilu o hmotnosti 116kg. Druhé těleso napojené jak na těleso číslo jedna, tak na těleso číslo tři nahrazovalo hmotu motorů, nápravy a kol s ráfky a tohle celé dohromady vážilo 130kg. Posledním tělesem diskretizované soustavy byl celý zbytek automobilu i s figurínou, což dělalo dohromady 1283kg.

V programu Python 3.4. Spyder byl sepsán programovacím jazykem python kód, který byl sestaven tak aby simulovat crash test diskretizované soustavy čelně do zdi. Tato simulace byla provedena Explicitním i Implicitním algoritmem.

Výsledky simulace byly srovnány s výsledky z experimentálního měření při provádění skutečného crash testu. Výsledky byly srovnatelné jak co se týče otázky hodnot tak otázky časových. Při srovnání výsledků v blízkém časovém okamžiku byly odchylky hodnot zpomalení v rámci do 15g. Což je při tak velké diskretizaci překvapivě kvalitní výsledek.

Závěrem je tedy možné říci, že takto vytvořený model může vykazovat kvalitní předběžné výsledky pro stádium návrhu a může tak urychlit a usnadnit práci obzvlášť kdyby vycházelo zpomalení příliš velké a nebo by docházelo k příliš velkým deformacím a hrozilo by, tak ohrožení posádky deformovanými částmi vozu. Oproti simulaci pomocí MKP má tato, ikdyž s většími nepřesnostmi, výhodu v rychlosti. Změnit tloušťku stěny některého z nosných nosníků a provedení nového výpočtu nezabere víc jak několik desítek sekund, což se o MKP říci nedá.

9 Zdroje

- [1] FUSEK, Martin; HALAMA, Radim. MKP a MHP [Online]. Ostrava, 2011.
Dostupné: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/mkpamhp_obr.pdf
- [2] FUSEK, Martin; HALAMA, Radim. Pružnost a pevnost [Online]. Ostrava, 2011.
Dostupné: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_a_pevnost.pdf
- [3] JONES, J. Structural Impact, Cambridge University Press, 2003, ISBN 0-521-30180-7

10 Použitý software

Python 3.4 Spyder	www.python.cz
PTC MathCad 14	www.ptc.com
Autodesk Inventor 2013	www.autodesk.cz

11 Seznam příloh

- 1.) Kód z Pythonu

12 Kód z Pythonu

```
import numpy as np
import pylab as plt
import math as m

def sigma(sig,v):                                     #napětí závislé na rychlosti
return sig*(1+(v/(D*1000))**(1/q))

def rych(vh,vd):                                     #výpočet rychlosti
return (vh-vd)/dt

def kel(E,S,lo):                                     #tuhost nosníku při stlačování v ose.
return E*S/lo

def Pm(Vo,Re):                                       #síla závislá na rychlosti
Mo=Re*(H**2)/4.
return 52.22*(C/H)**(1/3)*(1+(0.33*np.abs(Vo)/(C*D))**(1/q))*Mo

#výpočet rychlosti jako první derivace polohy
def v(X):
v=np.zeros(N-1)
for i in range (N-1):
v[i]=(X[i+1]-X[i])/(dt)
return v
#výpočet zrychlení jako druhá derivace polohy
def a(X):
a=np.zeros(N-4)
for i in range(1,N-4):
a[i]=(X[i+2]-2.*X[i+1]+X[i])/(dt**2)
return a
def dlmez(Re,l0,Vo): #prodloužení na Re(v)
return sigma(Re,Vo)*l0/E

def dp(pl,delta,dlmez):
if np.abs(delta-pl)<dlmez:
pl=pl
else:
if pl<delta:
pl=delta-dlmez
else:
pl=delta+dlmez
return pl
return pl

#První harmonika
def Kdop(k,delta,lhar):
if delta<(lhar*2*0.73):
kk=k*2
```



```
else:
    kk=k
return kk
#tuhost vzpěrných nosníků
def k33(dl,i):
    n=100000
    if i<n:
        if dl<0.9:
            k33=2e5
        else:
            k33=2e3
        else:
            k33=2e3
    return k33

#Výpočet polohy Explicitním algoritmem
def solexp(dt,N):
    #Poloha těles
    X1=np.zeros((N+1));X2=np.zeros((N+1));X3=np.zeros((N+1))
    #záznam tuhostí
    K1=np.zeros((N+1));K2=np.zeros((N+1));K3=np.zeros((N+1))
    #Vzdálenost mezi dvěma tělesy
    dl12=np.zeros(N+1);dl13=np.zeros(N+1);dl23=np.zeros(N+1)
    #Nultý krok
    X1[0] = X10;X2[0] = X20;X3[0] = X30
    # první krok
    X1[1]=-dt*v0+X10;X2[1]=-dt*v0+X20;X3[1]=-dt*v0+X30
    if X1[1]<0:
        X1[1]=0.
    else:
        X1[1]=X1[1]
    #Výpis plastických deformací
    PL=np.zeros((3,N+1))
    for i in range(1,N):

        #Výpočet rychlostí
        v1=rych(X1[i],X1[i-1]);v2=rych(X2[i],X2[i-1]);v3=rych(X3[i],X3[i-1])
        #Vzájemné rychlosti
        v12=np.abs(v1-v2);v13=np.abs(v1-v3);v23=np.abs(v2-v3)
        # aktuální Re
        Re12=sigma(Re,v12);Re13=sigma(Re,v13);Re23=sigma(Re,v23)
        #rozdíl vzdálenosti mezi tělesy proti počátku
        #Mezní deformace pro elastickou deformaci
        dlmez1=dlmez(Re,lo1,v12)
        dlmez2=dlmez(Re,lo2,v23)
        #rozdíl vzdálenosti mezi tělesy proti počátku
        dl12[i+1]=X1[i]-X2[i]
        dl13[i+1]=X1[i]-X3[i]
```

```
dl23[i+1]=X2[i]-X3[i]
#plastická deformace
dl12[0]=dp(dl12[0],dl12[i],dlmez1)
dl23[0]=dp(dl23[0],dl23[i],dlmez2)

PL[0,i+1]=dl12[0]
PL[1,i+1]=dl23[0]
#Síla Pm
Pm1=Pm(v12,Re12)
#Výpočet tuhosti
k1=Pm1*4
k2=kel2*2
k3=k33(dl13[i],i)*4
#k1=Kdop(k1,dl12[0],lhar)
k1=Kdop(k1,dl12[0],lhar)
K1[i+1]=k1
K2[i+1]=k2
K3[i+1]=k3
#Výpočet polohy
X1[i+1]=(-1./(m1))*(dt*(b1*(X1[i]-X1[i-1]-X2[i]+X2[i-1])+b3*(X1[i]-X1[i-1]-X3[i]+X3[i-1]))+dt**2*(k1*(X1[i]-X2[i])+k3*(X1[i]-X3[i])))+2*X1[i]-X1[i-1])

if X1[i+1]<0:
    X1[i+1]=0.
else:
    X1[i+1]=X1[i+1]
X2[i+1]=(-1./(m2))*(dt*(-b1*(X1[i]-X1[i-1]-X2[i]+X2[i-1])+b2*(X2[i]-X2[i-1]-X3[i]+X3[i-1]))+dt**2*(-k1*(X1[i]-X2[i])+k2*(X2[i]-X3[i])))+2*X2[i]-X2[i-1])
X3[i+1]=(-1./(m3))*(dt*(-b2*(X2[i]-X2[i-1]-X3[i]+X3[i-1])-b3*(X1[i]-X1[i-1]-X3[i]+X3[i-1]))+dt**2*(-k2*(X2[i]-X3[i])-k3*(X1[i]-X3[i])))+2*X3[i]-X3[i-1])

return X1,X2,X3

#Výpočet polohy Implicitním algoritmem
def solimp(dt,N):
    #Poloha těles
    X1=np.zeros((N+1));X2=np.zeros((N+1));X3=np.zeros((N+1))
    #záznam tuhostí
    K1=np.zeros((N+1));K2=np.zeros((N+1));K3=np.zeros((N+1))
    #Vzdálenost mezi dvěma tělesy
    dl12=np.zeros(N+1);dl13=np.zeros(N+1);dl23=np.zeros(N+1)
    #Nultý krok
    X1[0] = X10;X2[0] = X20;X3[0] = X30
    # první krok
    X1[1]=-dt*v0+X10;X2[1]=-dt*v0+X20;X3[1]=-dt*v0+X30
    if X1[1]<0:
        X1[1]=0.
    else:
        X1[1]=X1[1]
```

```
#Výpis plastických deformací
PL=np.zeros((3,N+1))
l=np.zeros((N+1))
for i in range(1,N):
#počáteční nástřel
X1[i+1]=X1[i]
X2[i+1]=X2[i]
X3[i+1]=X3[i]
chyba=1.
err=1e-6
while chyba > err:
X11=X1[i+1]
X22=X2[i+1]
X33=X3[i+1]
#Výpočet rychlostí
v1=rych(X1[i],X1[i-1]);v2=rych(X2[i],X2[i-1]);v3=rych(X3[i],X3[i-1])
#Vzájemné rychlosti
v12=np.abs(v1-v2);v13=np.abs(v1-v3);v23=np.abs(v2-v3)
# aktuální Re
Re12=sigma(Re,v12);Re13=sigma(Re,v13);Re23=sigma(Re,v23)
#rozdíl vzdálenosti mezi tělesy proti počátku
#Mezní deformace pro elastickou deformaci
dlmez1=dlmez(Re,lo1,v12)
dlmez2=dlmez(Re,lo2,v23)
#rozdíl vzdálenosti mezi tělesy proti počátku
dl12[i+1]=X1[i]-X2[i]
dl13[i+1]=X1[i]-X3[i]
dl23[i+1]=X2[i]-X3[i]
#plastická deformace
dl12[0]=dp(dl12[0],dl12[i],dlmez1)
dl23[0]=dp(dl23[0],dl23[i],dlmez2)
#Síla Pm
Pm1=Pm(v12,Re12)
#Výpočet tuhosti
k1=Pm1*4
k2=kel2*2
k3=k33(dl13[i],i)*4
#k1=Kdop(k1,dl12[0],lhar)
k1=Kdop(k1,dl12[0],lhar)
K1[i+1]=k1
K2[i+1]=k2
K3[i+1]=k3
X1[i+1]=(-1./(m1+b1*dt+b3*dt+k1*dt**2+k3*dt**2))*(dt*(b1*(-X1[i]-
X2[i+1]+X2[i])+b3*(-X1[i]-X3[i+1]+X3[i]))+dt**2*(k1*(-X2[i+1])+k3*(-
X3[i+1]))))+2*X1[i]-X1[i-1])
if X1[i+1]<0:
X1[i+1]=0.
else:
X1[i+1]=X1[i+1]
```

Diplomová práce

```
X2[i+1]=(-1./(m2+b1*dt+b2*dt+k1*dt**2+k2*dt**2))*(dt*(-b1*(X1[i+1]-X1[i]+X2[i])+b2*(-X2[i]-X3[i+1]+X3[i]))+dt**2*(-k1*(X1[i+1])+k2*(-X3[i+1])))+2*X2[i]-X2[i-1])
X3[i+1]=(-1./(m3+b2*dt+b3*dt+k2*dt**2+k3*dt**2))*(dt*(-b2*(X2[i+1]-X2[i]+X3[i])-b3*(X1[i+1]-X1[i]+X3[i]))+dt**2*(-k2*(X2[i+1])-k3*(X3[i+1])))+2*X3[i]-X3[i-1])
P[0]=np.abs(X11-X1[i+1])
P[1]=np.abs(X22-X2[i+1])
P[2]=np.abs(X33-X3[i+1])
chyba=np.max(P)
return X1,X2,X3
```

#Zadané hodnoty

```
N = 40000 #Počet počítaných kroků [-]
time=N*1.e-6 #konečný čas - 1000kroků na milisekundu [s]
m1 = 116. #hmotnost tělesa 1 [kg]
m2 = 130. #hmotnost tělesa 2 [kg]
m3 = 1283. #hmotnost tělesa 3 [kg]
g = 9810. #Gravitační zrychlení [mm/s**2]
dt = time/N #Časový krok [s]
b = 1. #Tlumení [N*s/mm]
b1=0.
b2=42.8
b3=71.3
X10=0. #Počáteční poloha tělesa 1
X20=0. #Počáteční poloha tělesa 2
X30=0. #Počáteční poloha tělesa 3
v0=50000/3.6 #počáteční rychlost všech těles [mm/s]
```

```
L1=122
L2=50
L3=605
lo1=381
lo2=L3-lo1
```

```
Re=484.
C=50. #hlavní rozměr nosníku
H=2. #tloušťka stěny nosníku
D=40.4
q=5.
E=210000 #Modul pružnosti v tahu
S=C**2-(C-2*H)**2 #plocha průřezu čtvercového nosníku
```

```
lhar=0.99*(C/H)**(2/3)*H #Délka ramene harmoniky
#Elestická tuhost při stlačování v ose
kel1=kel(E,S,lo1)
kel2=kel(E,S,lo2)
#Samotný výpočet
X1,X2,X3=solexp(dt,N)
```

```
X1,X2,X3=solimp(dt,N)

v1=v(X1)/1000
v2=v(X2)/1000
v3=v(X3)/1000

a1=a(X1)/g
a2=a(X2)/g
a3=a(X3)/g

#Vykreslení polohy, rychlosti zrychlení jednotlivých těles
tx=np.linspace(0,dt*N*1000,N+1)
tv=np.linspace(0,dt*N*1000,N-1)
ta=np.linspace(0,dt*N*1000,N-4)

#Graf polohy
"""
plt.plot(tx,X1,'r--',label='x1')
plt.plot(tx,X2,'k--',label='x2')
plt.plot(tx,X3,'g--',label='x3')
"""

#Graf zrychlení
#plt.plot(ta,a1,'r',label='a1')
#plt.plot(ta,a2,'k',label='a2')
plt.plot(ta,a3,'k',label='a3')

print('X1=',np.max(X1),'X2=',np.max(X2),'X3=',np.max(X3))
print('v1=',np.max(v1),'v2=',np.max(v2),'v3=',np.max(v3))
print('a1=',np.max(a1),'a2=',np.max(a2),'a3=',np.max(a3))
print('time=',time)

plt.grid()
plt.legend()
```